

ARTIGO

MATEMÁTICA: Pensamento probabilístico

Paola MAZZARO²

Juliano SCHIMIGUEL³

Márcio Eugen Klingenschmid Lopes dos SANTOS⁴

Marcelo Eloy FERNANDES⁵

Resumo

Neste artigo, apresentamos o pensamento probalístico de situações variadas envolvendo a compreensão de acontecimentos do cotidiano, sendo possível identificar prováveis resultados de acontecimentos. Utilizamos como fundamentação teórica Carvalho (2015), Lopes (2008), Moreira (2015), documentos da Rede Municipal de Ensino de São Paulo, com ênfase no Currículo da Cidade de Matemática, entre outros. São apresentados os resultados de um questionário de uma pesquisa, cujo objetivo foi analisar o ensino e a aprendizagem de matemática, com estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal de Ensino Fundamental da Prefeitura Municipal de São Paulo. Este estudo adotou uma abordagem metodológica qualitativa, a partir da qual foram realizadas atividades e um questionário de perguntas fechadas, ambos de maneira individual. A análise dos dados evidencia os conceitos, oriundos das relações do tema, com o referido questionário. Dessa forma, a partir de nossas análises, os resultados apontaram para uma proposta que procurou contemplar a participação dos estudantes, mostrando ser uma oportunidade para ajudá-los no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, da criatividade, a buscar soluções de possibilidades e contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade no contexto educacional.

Palavras-chave: Ensino; Matemática; Probabilidade.

Abstract

In this article, we present probalist thinking of varied situations involving the understanding of everyday events, making it possible to identify probable outcomes of events. We used as theoretical foundation Carvalho (2015), Lopes (2008), Moreira (2015), documents from the São Paulo Municipal Education Network, with an emphasis on the Mathematics City Curriculum, among others; and the results of a research questionnaire are presented, the

² Mestre em Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul.

³ Coordenador do Mestrado Profissional em ECM da Universidade Cruzeiro do Sul. Professor Permanente do Programa de Doutorado/Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Docente do Centro Universitário Padre Anchieta (UniAnchieta). Associado Profissional no Pecege da USP/Esalq.

⁴ Docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

⁵ Consultor Especialista do Conselho Estadual de Educação de São Paulo (CEE). Membro da Sociedade Brasileira de Computação e da Associação Brasileira de Engenharia de Produção. Consultor ad-hoc no desenvolvimento de questões Enade-MEC.

objective of which was to analyze the teaching and learning of Mathematics with students in the fifth year of Elementary School; of a Municipal Elementary School, owned by the Municipality of São Paulo. This study adopted a qualitative methodological approach, from which activities and a questionnaire with closed questions were carried out individually. Data analysis highlights the concepts, arising from the relationship between the theme and the aforementioned questionnaire. Thus, based on our analyses, the results pointed to a proposal that sought to include student participation, showing it to be an opportunity to help them in the development of logical-mathematical reasoning, creativity, seeking solutions for possibilities and contributions to the process of teaching and learning probability in the Educational context.

Keywords: Teaching; Mathematics; Probability.

Introdução

O presente artigo tem como objetivo analisar o ensino e aprendizagem de matemática, envolvendo o pensamento probabilístico, e apresentar uma discussão da possibilidade de prática pedagógica. Diversos são os indícios do passado sobre o pensamento probabilístico, e muitos estudiosos se ocuparam com problemas e situações envolvendo essa situação.

Ensinamos aos estudantes diversos conteúdos de matemática. Muitas vezes, eles nos perguntaram “para que aprender” esse eixo do conhecimento. O eixo de probabilidade faz parte do nosso dia a dia, para pensar nas tomadas de decisões coesas na vida diária, nas possibilidades e probabilidades de uma situação. Circunstâncias aleatórias estão presentes constantemente em nossa vida diária. São freqüentes perguntas como: Será que hoje vai chover? Está nublado? Qual será a temperatura máxima para o dia de hoje? Levo guarda-chuva? Levo casaco?

No Currículo da Cidade de Matemática, no eixo Probabilidade e Estatística, o documento apresenta um trabalho voltado para a relevância no mundo atual, incentivando os estudantes a fazerem pesquisas e serem pesquisadores, para que identifiquem e analisem eventos aleatórios, reconhecendo características de resultados mais prováveis e resolvendo problemas que envolvam o raciocínio combinatório. Com isso, esse eixo destaca as ideias fundamentais da Matemática associadas à variação, interdependência, ordem, representação, equivalência, entre outras.

A probabilidade oferece uma maneira para medir a incerteza e de mostrar aos estudantes como vivenciar a matemática para resolver problemas reais.

Pensamento probabilístico

Com o propósito de que o ensino da probabilidade coopere para a execução do pensamento probabilístico, para que os indivíduos sejam capazes de escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano, é indispensável que se possibilite aos estudantes vivências com problemas variados do mundo real e com possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los (Lopes, 2008). O desenvolvimento do pensamento probabilístico pode consolidar as reflexões e ações formativas da disciplina de Matemática.

Percebemos, nos nossos dias, uma variedade de situações que nos exigem habilidades que envolvem conhecimentos combinatórios e probabilísticos, como pensar nas tomadas de decisões coesas na vida diária e interpretar informações com confiabilidade, envolvendo raciocínio probabilístico. Ao repararmos ao nosso redor, em nosso dia a dia, perceberemos que a probabilidade faz parte da vida cotidiana.

Ao acordarmos, notamos que o céu está nublado e afirmamos que existe a possibilidade de chuva. Na gravidez, famílias/amigos “apostam” qual será o sexo do bebê. Todos nós, mesmo que inconscientemente, fazemos previsões, e compreendemos que podemos conceber um número que quantifica a chance de algo vir a acontecer (Moreira, 2015).

Pensando no cálculo das probabilidades para a Matemática, Moreira (2015) afirma ser um ramo que estuda os fenômenos aleatórios, ou seja, as observações ou experimentos que, quando realizados, não apresentam resultados conhecidos previamente, porém, todos os resultados possíveis são calculados. Torna-se frequente usarmos a palavra provável para indicar algo de que não se tem certeza se vai acontecer. Os fenômenos aleatórios estão presentes, sobretudo, em nosso dia a dia.

Coutinho (2001) apresenta a impressão do acaso, experimentos aleatórios e a noção de probabilidade, destacando que são componentes que necessitam ser estudados com intencionalidade no conhecimento probabilístico dos estudantes. Os professores precisam estar preparados para lidar com esses componentes da Matemática envolvendo a probabilidade.

Gal (2005) evidencia o letramento probabilístico como um modelo com elementos, os quais consideramos que o professor deve conhecer e desenvolver junto aos estudantes em sala de aula, cujos elementos são:

- baseia-se na abordagem de tópicos – variação, aleatoriedade, independência e previsão/incerteza;
- traz “o calculando probabilidade”, maneira pela qual se calcula ou estima a probabilidade de eventos;
- condiz ao entendimento dos termos e à familiaridade com representação de chance e risco;
- enfatiza as situações probabilísticas e sua relação com o nosso cotidiano, a partir de um conhecimento de mundo;
- realça a importância da postura crítica e reflexão dos estudantes.

Os professores precisam se alinhar com esses elementos, a fim de proporcionar a aprendizagem probabilística dos estudantes. Pensando na preparação dos docentes, Santana (2011) acentua que:

Os professores se sentem despreparados para o ensino de noções probabilísticas devido às dificuldades encontradas na elaboração de conceitos que exigem construção reflexiva sobre a ideia de acaso e aleatoriedade. Para os professores, proporcionar aos estudantes o ensino das noções probabilísticas que os auxiliarão no exercício de sua cidadania, pois há necessidade de o indivíduo compreender que muitas questões do cotidiano são de natureza aleatória, saber estimar o grau de probabilidade de cada uma delas e nortear suas tomadas de decisões. (Santana, 2011, p. 90).

É importante trabalhar com um amplo espectro de conteúdo, incluindo, desde o Ensino Fundamental, elementos de probabilidade. Considerando um olhar diretivo para a nossa sociedade, destacando-se a necessidade de acrescentar esses conteúdos para que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, e de raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade (Brasil, 1997).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) salientam:

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (Brasil, 1997, p. 40).

Conforme indicado nos estudos de Piaget e Inhelder (1993), quando observa-se a origem da ideia de acaso na criança, compreende-se como ocorre o desenvolvimento da noção de

probabilidade. Dessa forma, os autores afirmam que nem tudo que está à nossa volta pode ser antecipado previamente com exatidão, mas que, independentemente disso, ao experimentarem uma situação, os sujeitos arriscam uma antecipação na tentativa de compreendê-la e conviver com ela. Contudo, Piaget e Inhelder (1993) julgam que esse tipo de comportamento sugere que o indivíduo na idade adulta “possui” uma intuição de probabilidade.

O Currículo da Cidade de São Paulo de Matemática traz os eixos estruturantes que foram definidos em função da natureza e especificidade da área de Matemática e cada eixo utiliza a mesma nomenclatura da Base Nacional Curricular Comum (São Paulo, 2017). No eixo de probabilidade e estatística, evidencia-se a parte de probabilidade. O documento propõe um trabalho de relevância no mundo atual, incentivando os estudantes a fazerem pesquisas, e sugere identificar e analisar eventos aleatórios, reconhecendo características de resultados mais prováveis, além de sugerir resolver problemas envolvendo o raciocínio combinatório (São Paulo, 2017).

No quadro 1, abaixo, trazemos o objeto de conhecimento e os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos Anos Iniciais, propostos no Currículo da Cidade de São Paulo de Matemática, e o eixo de probabilidade e estatística, com a probabilidade em destaque.

Quadro 1 - Unidade do eixo de probabilidade do Currículo da Cidade dos Anos Iniciais.

Ano	Objetos de conhecimento	Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento
1º	Ideias de acaso.	(EF01M24) Classificar eventos aleatórios, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º	Ideias de acaso em situações do cotidiano.	(EF02M22) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º	Identificação da ideia de aleatoriedade em situações do cotidiano.	(EF03M21) Explorar, em eventos aleatórios cotidianos, todos os resultados possíveis, determinando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º	Chances de ocorrência em eventos aleatórios.	(EF04M24) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis.
5º	• Análise de chances de eventos	(EF05M24) Determinar todos os possíveis

- aleatórios;
- problemas envolvendo o cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.
- resultados de um experimento aleatório, investigando se os resultados são igualmente prováveis ou não;
(EF05M25) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Fonte: Elaborado pelos autores, com base em São Paulo (2017).

Os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, no Ciclo de Alfabetização são:

Incentivam a comunicação em situações variadas, como as que exploram a interpretação de enunciados de problemas e a representação de ideias Matemáticas. No início do ciclo, os objetivos valorizam mais a comunicação oral e, quando os estudantes vão progredindo na leitura e escrita, também favorecem a comunicação escrita. Com relação às estratégias que podem ser utilizadas pelos professores (São Paulo, 2017, p. 83).

Já no Ciclo Interdisciplinar:

A capacidade de raciocinar dos estudantes é ampliada, principalmente no que se refere aos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento que envolvem o uso de justificativas, com exemplos, contraexemplos, análise de casos e formulação de hipóteses, justificando-as com exemplos e deduções informais (São Paulo, 2017, p. 97).

A aprendizagem da Matemática se dá no trabalho realizado pelo estudante a partir das vivências propostas pelo professor, no dia a dia com a turma. O professor tem, pensando nessa trajetória, um papel de destaque, dado que é ele quem realizará a escolha das tarefas que proporcionarão aos estudantes perspectivas de aprendizagem. Logo, é sua responsabilidade organizar momentos para a discussão dos resultados encontrados, de modo que os alunos possam confrontar seus resultados com os dos colegas, argumentando sobre seus caminhos de resolução e construindo, a começar deste percurso, conceitos e representações pertinentes à área. Contudo, ouvir é de grande importância e faz parte do processo, permitindo que o colega possa concluir o raciocínio e seu processo de argumentação, possibilitando que as discussões sobre as ideias matemáticas que foram explicitadas possam ser debatidas (São Paulo, 2017, p. 124).

Nesse processo de pensamento probabilístico, para Paim (2019), os alunos precisam compreender a linguagem do acaso, as suas diversas maneiras de representar e comunicar possibilidades e probabilidades, fazendo-se necessário se habituar com os termos e as frases

relacionados com construções abstratas relevantes e com as várias formas de representar e falar sobre a probabilidade de eventos reais. Os termos abstratos e complexos, principalmente variabilidade, aleatoriedade, independência, imprevisibilidade e incerteza, frequentemente não têm definições explícitas que podem ser explicadas em linguagem simples ou através de referências a objetos. Termos como “muito provável”, “certamente”, “impossível”, “com certeza” e “chance” são utilizados para relacionar eventos probabilísticos. O elemento de contexto está associado ao conhecimento de mundo, que envolve variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza, cálculo de probabilidades e também a linguagem. Entendê-lo se faz importante, visto que auxilia a explicar por que é necessário aprender sobre probabilidade ou incerteza em diferentes circunstâncias da vida.

Partindo da percepção da autora, essas questões consolidam-se como base para criar motivação para estudar e para incorporar a aprendizagem de probabilidade em diferentes contextos do cotidiano dos estudantes.

Metodologia

Este capítulo visa descrever os procedimentos e etapas realizadas na pesquisa, descrevendo a metodologia adotada com a finalidade de demonstrar o percurso da investigação proposta. Esta pesquisa tem abordagem qualitativa. Na continuidade, descreveremos como foi conduzida a organização do material com o objetivo de compreender a aprendizagem de Matemática envolvendo o eixo de probabilidade.

Para realizar uma pesquisa, é necessário um trabalho intenso, sendo necessário um confronto entre os dados, as evidências, as informações, as coletas sobre o assunto e o conhecimento teórico adquirido no processo de investigação. Normalmente, isso acontece a partir do estudo de um problema que surgiu da curiosidade e da necessidade do pesquisador em buscar respostas (Lüdke; André, 1986).

Como dito anteriormente, este trabalho adota a abordagem qualitativa, que se deu por meio de uma atividade envolvendo Matemática (probabilidade), com cinco questões fechadas.

Lüdke e André (1986) destacam que a abordagem qualitativa permite uma observação direta, na qual o pesquisador consegue chegar mais perto dos sujeitos, acompanhando suas experiências diárias e podendo apreender a sua visão de mundo, à realidade que os cerca.

O método de pesquisa qualitativa é definido por Creswell (2010) principalmente como

indutivo, com o investigador gerando significado a partir dos dados coletados no campo. Para ele, as pesquisas qualitativas:

[...] mostram uma abordagem diferente da investigação acadêmica do que aquela dos métodos da pesquisa quantitativa. A investigação qualitativa emprega diferentes concepções filosóficas; estratégias de investigação; e métodos de coleta, análise e interpretação dos dados. Embora esses processos sejam similares, os procedimentos qualitativos baseiam-se em dados de texto, imagem, têm passos singulares na análise dos dados e se valem de diferentes estratégias de investigação (Creswell, 2010, p. 206).

Creswell (2007) afirma que, na pesquisa qualitativa, o pesquisador se mostra como instrumento principal na coleta de dados, posto que ele vivencia o estudo, os fenômenos e os significados produzidos e observados pela investigação. Diante disso, o entrosamento pesquisador-pesquisados demonstra-se favorável e positivo. O autor acentua que a pesquisa qualitativa provém de uma investigação, de uma situação-problema, de uma coleta e análise de dados e que as informações podem resultar de entrevistas, documentos, materiais visuais, questionários, entre outros, com o suporte de protocolos de registro.

Os sujeitos participantes da pesquisa são estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, da Rede Pública Municipal de Educação da cidade de São Paulo. Para o desenvolvimento deste estudo, foi analisado o resultado do questionário do eixo de probabilidade.

Coleta de dados

A coleta de dados aconteceu por meio de uma atividade envolvendo matemática (probabilidade), contendo cinco questões fechadas.

Resultados e discussões

A seguir, serão apresentados os resultados e discussões baseados na metodologia explicitada do questionário. Exploramos o material na tentativa de identificar a influência no processo de aprendizagem de matemática. Para facilitar a interpretação, optou-se pela representação percentual em gráficos e tabelas, destacando-se a representatividade de 12 estudantes para o efeito deste estudo.

Questionário de probabilidade

Explanamos o eixo probabilidade para que todos os estudantes envolvidos na pesquisa

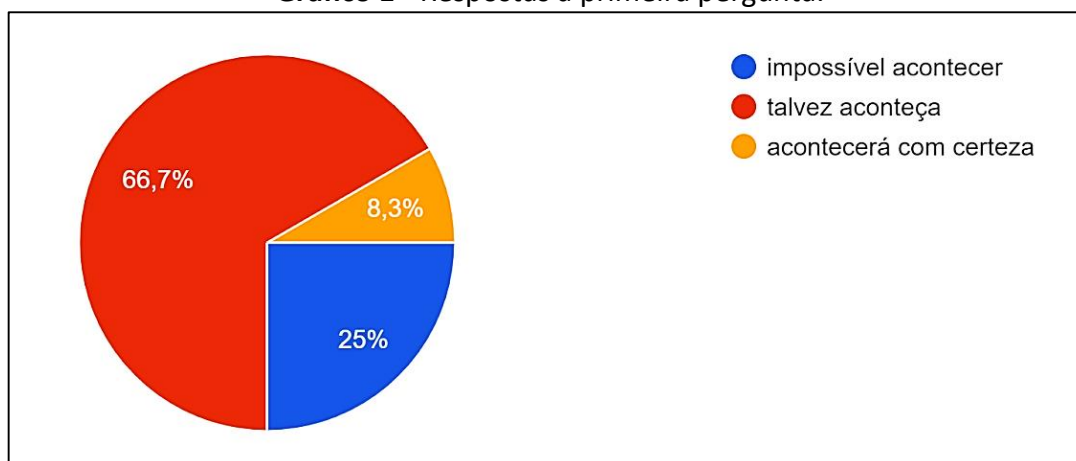
tivessem contato com o questionário. A disciplina de Matemática faz parte do Currículo do Município de São Paulo (2017). No eixo probabilidade, o documento propõe o trabalho de identificar e analisar eventos aleatórios, reconhecendo características de resultados mais prováveis para resolver problemas envolvendo o raciocínio combinatório.

Carvalho (2015) cita que os matemáticos, no estudo sistemático de probabilidades, apresentam suas raízes no estudo dos jogos de azar. No estudo desses jogos, geralmente ocorre a seguinte situação: todos os possíveis resultados têm a mesma chance de ocorrer. Além disso, atribuímos probabilidades a conjuntos de resultados possíveis, chamados de eventos. A probabilidade de um evento é a soma das probabilidades dos resultados que o compõe.

Os estudantes responderam ao questionário estruturado, contendo cinco perguntas fechadas em relação ao tema de probabilidade.

A primeira pergunta foi: “Rafael tem um pote com 14 balas de morango, 7 balas de laranja e 1 bala de limão. Qual a probabilidade de se sortear a bala de limão?”

Gráfico 1 - Respostas à primeira pergunta.

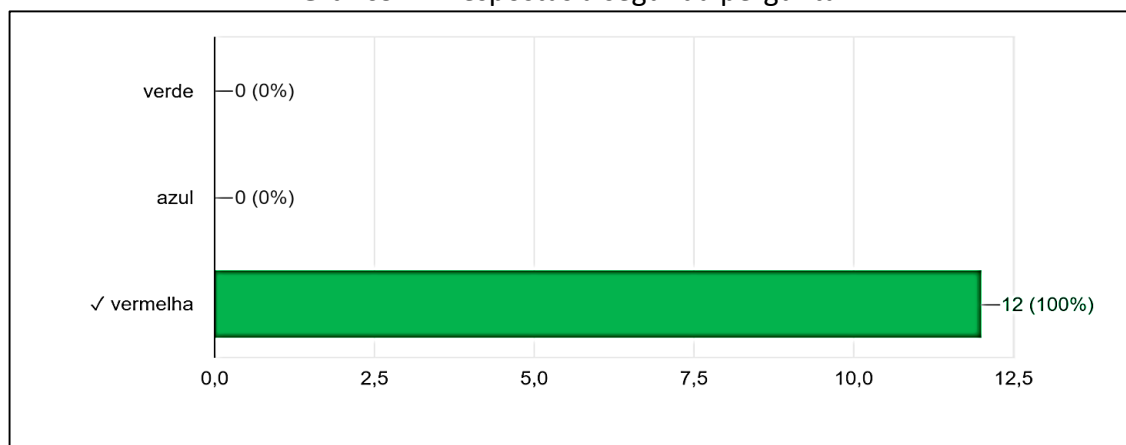


Fonte: Elaborado pelos autores.

De acordo com o gráfico 1, percebe-se que, em sua maioria, os estudantes possuem noção de analisar eventos aleatórios, isso porque 66,7% responderam que “talvez aconteça”, 25% responderam que é “impossível acontecer” e 8,3% que “acontecerá com certeza”. Podemos afirmar, portanto, que quatro estudantes encontraram dificuldades com a questão.

O gráfico 2 apresenta as respostas à segunda pergunta, “Qual a cor mais provável de sair do pote?” – nesse pote havia 14 bolinhas vermelhas, 12 bolinhas azuis e 9 bolinhas verdes.

Gráfico 2 - Respostas à segunda pergunta.

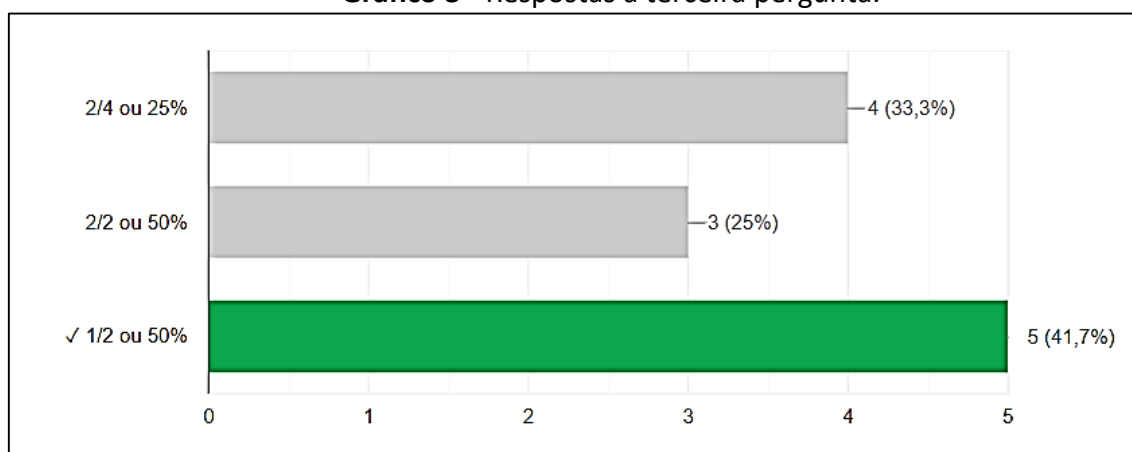


Fonte: Elaborado pelos autores.

O gráfico 2 nos mostra que todos os 12 estudantes souberam responder à pergunta, com 100% respondendo que a chance era a de sair a bolinha vermelha, mostrando não terem encontrado dificuldades.

A pergunta de número 3 foi: “Qual a probabilidade de se obter cara e coroa no lançamento de duas moedas?”

Gráfico 3 - Respostas à terceira pergunta.



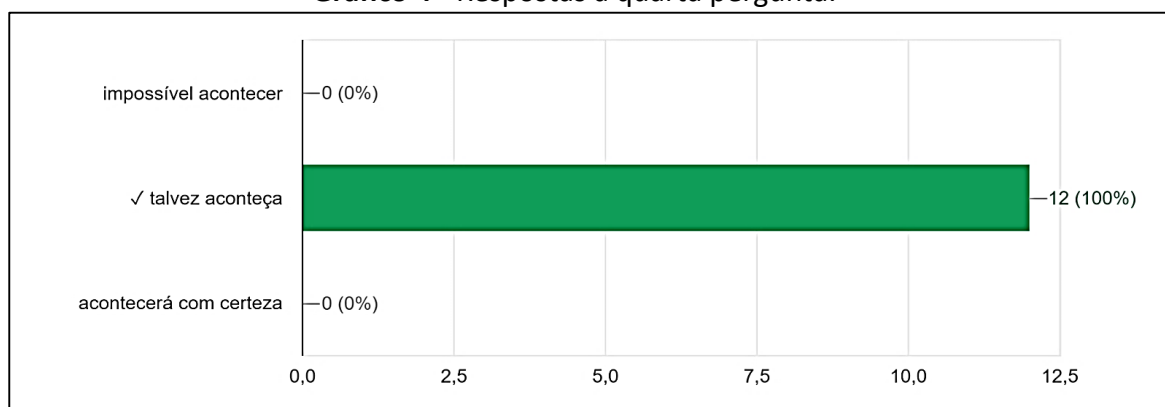
Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao observarmos o gráfico 3, notamos que apenas cinco estudantes responderam corretamente à questão. Dessa forma, concluímos que, em situações envolvendo o acaso, sete estudantes encontraram dificuldades para interpretá-lo. Cada moeda possui duas faces, definidas como “cara” e “coroa”, e como são duas, as respostas são analisadas em pares,

tendo como possibilidades: cara e cara; cara e coroa; coroa e cara; coroa e coroa.

A questão 4, cujas respostas estão apresentadas no gráfico abaixo, era: “Mariana está brincando com uma roleta. Considerando as marcações da roleta, avalie a probabilidade dela obter um resultado igual a 40 pontos ao final de 3 rodadas”. Os números apareciam na roleta na seguinte ordem: 10, 5, 20, 10, 5, 20.

Gráfico 4 - Respostas à quarta pergunta.

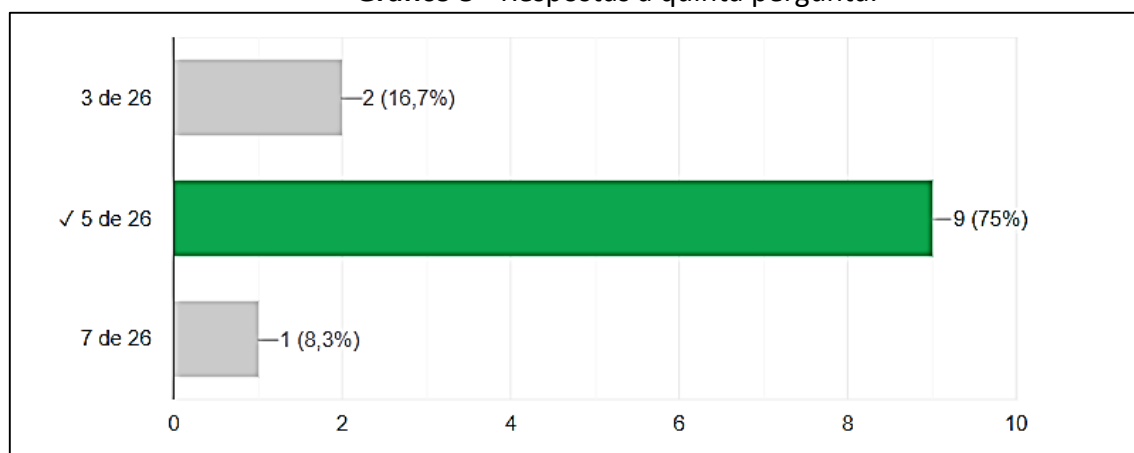


Fonte: Elaborado pelos autores.

Pelo gráfico 4, é notório que os doze estudantes acertaram respondendo que “talvez aconteça”. Nessa questão, foi apresentada a noção de aleatório, com classificações dos eventos envolvendo a aleatoriedade como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível de acontecer”.

A pergunta 5 era: “Se colocarmos o alfabeto dentro de um saco, qual a probabilidade de saírem as vogais?”

Gráfico 5 - Respostas à quinta pergunta.



Fonte: Elaborado pelos autores.

O gráfico 5 nos mostra que 75% dos estudantes apontaram a questão correta: 5 de 26. 16,7% dos estudantes assinalaram 3 de 26 de probabilidade de se sortear as vogais, enquanto apenas 1 estudante (8,3%) respondeu 7 de 26 possibilidades.

Considerações finais

Diante do exposto no questionário, as crianças, em sua grande maioria, apresentaram boa noção de matemática, em relação ao eixo probabilidade. Destacamos, no estudo, a probabilidade de evento aleatório, expressado por número racional, comparando esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos, demonstrando características de resultados mais prováveis.

Analisamos os resultados das atividades dos estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental e percebemos que contribuíram significativamente com a aprendizagem dos estudantes. Ao decorrer da atividade, notamos que os estudantes tiveram maiores possibilidades de estudo com base no Currículo.

Quando analisamos as respostas coletadas pelo questionário, notamos que os estudantes colocaram como satisfatória a aprendizagem de matemática em relação ao eixo de probabilidade, mas entendemos que há a necessidade de diferentes ações para a consolidação dos conhecimentos matemáticos contidos no documento curricular, ao considerarmos as necessidades e potencialidades dos estudantes.

Nessa perspectiva, a partir da percepção discutida e apresentada nesta pesquisa, elaborar atividades com conteúdo matemático de probabilidade mostrou-se como uma ferramenta importante para ajudar os estudantes a desenvolverem o raciocínio lógico-matemático, a criatividade e para incentivar a busca de soluções.

Referências bibliográficas

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRUNEHILDE, C.; CORDEIRO, N. J.; OLIVEIRA, F. R. **Jogando com Probabilidade e Estatística.** 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2018.

CARVALHO, P. C. P. **Métodos de Contagem e Probabilidade**. Rio de Janeiro: IMPA, 2015.

COUTINHO, C. de Q. e S. **Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. 2001. 38 p. Tese (Doutorado) - Didática da Matemática. Université Joseph Fourier, Grenoble I, França, 2001.

CRESWELL, W.; CLARK, V. L. P. **Pesquisa de métodos mistos**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Magda Lopes. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DINIZ, M. I. de S. V.; ALVES, F. M. da V. É hora de ensinar probabilidade... E agora? **Mathema** – Formação e Pesquisa, São Paulo, 01 jun. 2020. Disponível em: <https://mathema.com.br/novidades/e-hora-de-ensinar-probabilidade-e-agora/>. Acesso em: 25 ago. 2022.

GAL, I. Towards “Probability Literacy” for all Citizens: Building Block and Instructional Dilemmas. In JONES, G. A. (Ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Mathematics Education Library. Springer: New York, 2005. p. 39-63. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24530-8_3. Acesso em: 20 ago. 2024.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação de professores. **Caderno CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-32622008000100005>. Acesso em: 20 ago. 2024.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, A. de P. M.. **Aplicações da teoria da decisão e probabilidade subjetiva em sala de aula do ensino médio**. 2015. 178 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Campinas, SP: [s.n.], 2015.

PAIM, S. A. de O. C.. **O Estado da Arte das pesquisas brasileiras sobre o letramento estatísticos e probabilísticos**. 2019. 158 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Sorocaba, SP, 2019.

SANTANA, M. R. M. de. **O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental**. 94f. Dissertação (Mestrado). Recife: UFPE, 2011.

São Paulo. **Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática**. Secretaria Municipal de Educação. Coordenação Pedagógica. São Paulo: SME/COPED, 2017.